第７章 5.「等比数列」 第３回

解答

1. (1) $6\cdot 3^{n-1}$ (2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$ (3) $2\cdot(-3)^{n-1}$

2. (1) $8,\ 32,\ 512$ (2) $\pm 16,\ \pm 4,\ \pm 1$（複号同順）

3. (1) $5\cdot 2^{n-1}$ (2) 320
(3) 第６項 (4) 1275

4. (1) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-4}$ (2) $\dfrac{1}{64}$

5. 378

6. 第６項

解説

1. (1) $a=6,\ r=3$ より一般項は $a_n=6\times 3^{n-1}=6\cdot 3^{n-1}$
(2) $a=2,\ r=\dfrac{1}{2}$ より一般項は $a_n=2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-2}$
(3) $a=2,\ r=-3$ より一般項は $a_n=2\times(-3)^{n-1}=2\cdot(-3)^{n-1}$

2. (1) 初項が２より $a=2$　よって，公比を r とすると一般項は $a_n=2\cdot r^{n-1}$ とあらわせる．$a_4=128$ より，$128=2\cdot r^3$ から $r^3=64=4^3$，$r=4$ を得る．よって $a_n=2\cdot 4^{n-1}$ となり，□に入る数はそれぞれ a_2，a_3，a_5 より，$a_2=8$，$a_3=32$，$a_5=512$.
(2) 初項を a，公比を r とすると，一般項 $a_n=ar^{n-1}$ より，$a_2=8$，$a_4=2$ から $a_2=ar=8\ \cdots$①，$a_4=ar^3=2\ \cdots$②，②÷①$=r^2=\dfrac{1}{4}$ より，$r=\pm\dfrac{1}{2}$　ここで，$r=\dfrac{1}{2}$ のとき，①より $a=16$，a_3，a_5 はそれぞれ，$a_3=4$，$a_5=1$，$r=-\dfrac{1}{2}$ のとき，①より $a=-16$，$a_3=-4$，$a_5=-1$ を得る．よって，□に入る数は，± 16，± 4，± 1（複号同順）

3. (1) $a=5,\ r=2$ より $a_n=5\cdot 2^{n-1}$ (2) $a_7=5\cdot 2^6=320$
(3) $160=5\cdot 2^{n-1}$ となる n を求めればよい．$2^{n-1}=32=2^5$ より $n-1=5,\ n=6$. これより第６項
(4) $r\neq 1$ より $S_n=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ を用いて，$S_8=\dfrac{5(2^8-1)}{2-1}=1275$

4. (1) $a=8,\ r=\dfrac{1}{2}$ より，一般項は $a_n=8\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=2^3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-4}$
(2) $a_{10}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^6=\dfrac{1}{64}$

5. $a=6,\ r=2$ より一般項は，$a_n=6\cdot 2^{n-1}$ より 192 が第何項かを求めればよい．$6\cdot 2^{n-1}=192,\ 2^{n-1}=32=2^5$ より $n-1=5,\ n=6$ となり，第６項までの和を求める．$S_6=\dfrac{6(2^6-1)}{2-1}=378$

6. 求める項数を n とすると，等比数列の和の公式より $S_n=\dfrac{1\times\{1-(-2)^n)\}}{1-(-2)}=\dfrac{1-(-2)^n}{3}$ より
$\dfrac{1-(-2)^n}{3}=-21,\ 1-(-2)^n=-63,\ (-2)^n=64=(-2)^6, n=6$　これより第６項