第 7 章 1.「場合の数」 第 4 回

解答

1. 32 通り

2. 6 通り

3. 21 通り

4. (1) 8 個　(2) 16 個　(3) 16 個　(4) 45 個　(5) 12 個　(6) 30 個

5. 7 個

6. 4 個

7. 30 個

解説

1. コインの目の出方はそれぞれ 2 通りあるので，積の法則より $2^5 = 32$（通り）

2. 大，小のサイコロの目の組を (大の目，小の目) と表すことにすると，(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) の 6（通り）

3. (i) R を通る場合，P から Q への行き方が 3 通り，Q から R までの行き方が 2 通り，R から S までの行き方が 3 通りより，積の法則より全部で $3 \times 2 \times 3 = 18$（通り).
(ii) R を通らない場合，P から Q への行き方が 3 通り，Q から S までの行き方が 1 通りより，積の法則より全部で $3 \times 1 = 3$(通り).
P から S までの行き方は (i) または (ii) のいずれかだから，和の法則より道の選び方は全部で $18 + 3 = 21$(通り)

4. (1) 56 を素因数分解すると，$56 = 2^3 \times 7^1$ より 56 の約数は $2^p \times 7^q$ (p は 0, 1, 2, 3, q は 0, 1 のいずれか) と表せる．p の選び方は 4 通り，q の選び方は 2 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $4 \times 2 = 8$（個)
(2) $270 = 2^1 \times 3^3 \times 5^1$ より，(1) と同様にして積の法則より $(1+1) \times (3+1) \times (1+1) = 16$(個)
(3) $1000 = 2^3 \times 5^3$ より，(1) と同様にして積の法則より $(3+1) \times (3+1) = 16$（個)
(4) $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ より，(1) と同様にして積の法則より $(4+1) \times (2+1) \times (2+1) = 45$（個)
(5) $(x+1)^5(x-4)$ の約数は $(x+1)^p \times (x-4)^q$ (p は 0, 1, 2, 3, 4, 5, q は 0, 1 のいずれか) とあらわせる．p の選び方は 6 通り，q の選び方は 2 通りあるから，約数の個数は，積の法則より $6 \times 2 = 12$（個)
(6) $(x+1)(x-1)^2(x+3)^4$ の約数は，(5) と同様にして積の法則により $(1+1) \times (2+1) \times (4+1) = 30$（個)

5. $y = 8 - x$ と変形すると，$x = 1$ のとき $y = 7$ となり，x と y の組 (x, y) で表すと $(1, 7)$ となり，これを 1 個と数える．$x = 2,\ 3,\ \cdots$ として求めていくと，$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$, $(7,\ 1)$ となり，全部で 7 個

6. $y = 20 - 4x$ と変形すると，5 と同様にして $x = 1,\ 2, 3,\ 4$ の時 y の値は正の整数となる．正の数の組は全部で 4 個

7. $y \leqq 15 - 3x$ と変形すると，$x = 1$ の時 $y \leqq 12$ となり，y は正より y のとりうる範囲は $1 \leqq y \leqq 12$ の整数となる値である．よって，式を満たす正の数の組は $(1, 12)$, $(1, 11), \cdots (1, 1)$ の 12 個で，同様にして，$x = 2,\ 3,\ 4$ のとき それぞれ 9 個，6 個，3 個となる．和の法則より全部で $12 + 9 + 6 + 3 = 30$(個)