第 5 章 2.「鈍角の三角比」 第 4 回

解答

1. (1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ または $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $-\sqrt{3}$　(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(6) -1　(7) 0　(8) 0

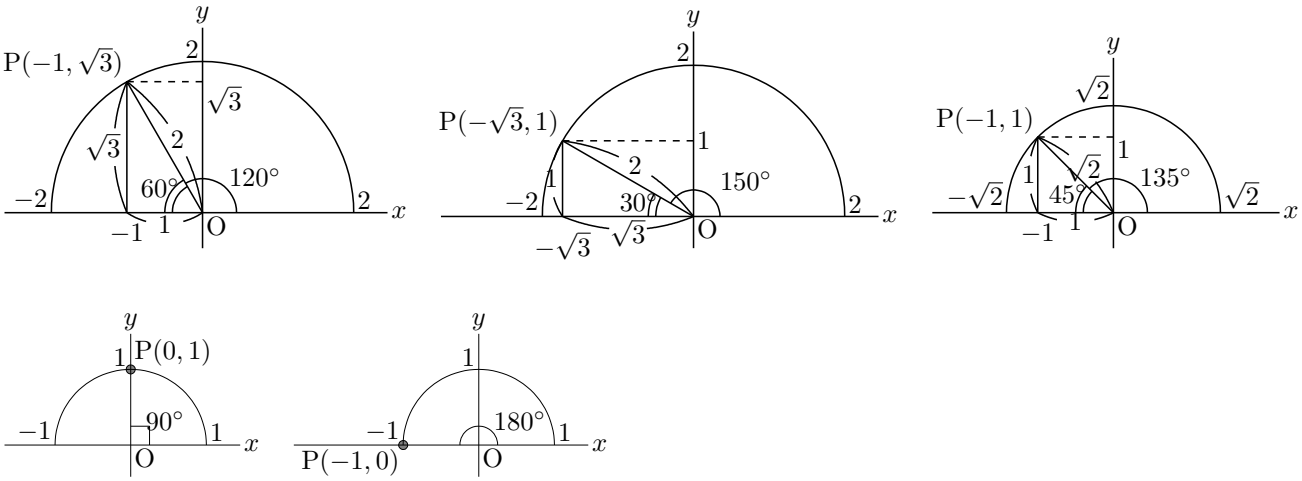
2. (1) $\sin 5^\circ$　(2) $-\cos 31^\circ$　(3) $-\tan 13^\circ$

3. (1) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ または $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　(2) 2

4. (1) $-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ または $-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　(2) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ または $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

解説

1. 原点を中心として半径 r の半円をかき，半円上の点 $\mathrm{P}(X, Y)$ とする．x 軸の正の向きと線分 OP のなす角を α とすると， $\sin\alpha = \dfrac{Y}{r}$，$\cos\alpha = \dfrac{X}{r}$，$\tan\alpha = \dfrac{Y}{X}$



(1) $\sin 150^\circ = \dfrac{1}{2}$　(2) $\cos 135^\circ = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3) $\tan 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$

(4) $\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(5) $\cos 150^\circ = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(6) $\tan 135^\circ = \dfrac{1}{-1} = -1$

(7) $\sin 180^\circ = \dfrac{0}{1} = 0$　(8) $\cos 90^\circ = \dfrac{0}{1} = 0$

2. (1) $5^\circ + 175^\circ = 180^\circ$ より，
$\sin 175^\circ = \sin 5^\circ$

(2) $31^\circ + 149^\circ = 180^\circ$ より，
$\cos 149^\circ = -\cos 31^\circ$

(3) $13^\circ + 167^\circ = 180^\circ$ より，
$\tan 167^\circ = -\tan 13^\circ$

3. (1) $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$ より，$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$ このとき，α は鋭角なので，$\sin\alpha > 0$

よって $\sin\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

(2) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \div \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} = 2$

4. (1) $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ より，$\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha = 1 + 4 = 5$ よって $\cos^2\alpha = \dfrac{1}{5}$

α は鈍角なので，$\cos\alpha < 0$ よって $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}} = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(2) $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ より，$\sin\alpha = \tan\alpha\cos\alpha = -2 \cdot \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right) = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$