第 4 章 2.「対数」 第 3 回

解答

1. (1) 4　(2) 3　(3) -6　(4) -2　(5) 0　(6) $\dfrac{3}{4}$

2. (1) 3　(2) -5　(3) 2　(4) 2　(5) -2　(6) 1
(7) $\dfrac{3}{2}\log_2 5$　(8) 3

3. (1) $\dfrac{1}{4}$　(2) $\dfrac{1}{2}$

4. (1) 8　(2) $\dfrac{1}{6}$

解説

1. (1) $\log_3 81 = m \iff 3^m = 81 = 3^4$ より $m = 4$

(2) $\log_5 125 = m \iff 5^m = 125 = 5^3$ より $m = 3$

(3) $\log_2 \dfrac{1}{64} = m \iff 2^m = \dfrac{1}{64} = 2^{-6}$ より $m = -6$

(4) $\log_6 \dfrac{1}{36} = m \iff 6^m = \dfrac{1}{36} = 6^{-2}$ より $m = -2$

(5) $\log_{0.1} 1 = m \iff 0.1^m = 1 = 0.1^0$ より $m = 0$

(6) $\log_2 \sqrt[4]{2^3} = m \iff 2^m = \sqrt[4]{2^3} = 2^{\frac{3}{4}}$ より $m = \dfrac{3}{4}$

2. (1) 与式 $= \log_4 4^3 = 3\log_4 4 = 3 \times 1 = 3$

(2) 与式 $= \log_3 3^{-5} = -5\log_3 3 = -5 \times 1 = -5$

(3) 与式 $= \log_2(12 \times \dfrac{1}{3}) = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2\log_2 2 = 2 \times 1 = 2$

(4) 与式 $= \log_2\left(\dfrac{3}{4} \times \dfrac{16}{3}\right) = \log_2 4 = 2$

(5) 与式 $= \log_2\left(8 \times \dfrac{1}{32}\right) = \log_2 \dfrac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \times \log_2 2 = -2 \times 1 = -2$

(6) 与式 $= \log_3\left(\dfrac{27}{8} \times \dfrac{8}{9}\right) = \log_3 3 = 1$

(7) 与式 $= \log_2 5^{\frac{1}{2}} + \log_2 5 = \log_2 5^{\frac{1}{2}+1} = \log_2 5^{\frac{3}{2}} = \dfrac{3}{2}\log_2 5$

(8) 与式 $= \log_2 3^{\frac{1}{4}} - \log_2 \dfrac{3^{\frac{1}{4}}}{8} = \log_2\left(3^{\frac{1}{4}} \times \dfrac{8}{3^{\frac{1}{4}}}\right) = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\log_2 2 = 3$

3. (1) 与式 $= \dfrac{1}{\log_2 16} = \dfrac{1}{\log_2 2^4} = \dfrac{1}{4\log_2 2} = \dfrac{1}{4}$

(2) 与式 $= \dfrac{1}{\log_5 25} = \dfrac{1}{\log_5 5^2} = \dfrac{1}{2\log_5 5} = \dfrac{1}{2}$

4. (1) 底を 2 に変換して，与式 $= \log_2 9 \times \dfrac{\log_2 16}{\log_2 3} = \log_2 3^2 \times \dfrac{\log_2 2^4}{\log_2 3} = 2\log_2 3 \times \dfrac{4\log_2 2}{\log_2 3} = 8$

(2) 底を 2 に変換して，与式 $= \dfrac{\log_2 3}{\log_2 8} \times \dfrac{\log_2 2}{\log_2 9} = \dfrac{\log_2 3}{\log_2 2^3} \times \dfrac{1}{\log_2 3^2} = \dfrac{\log_2 3}{3\log_2 2} \times \dfrac{1}{2\log_2 3} = \dfrac{1}{6}$