

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第4章 3 「複素積分」 第1回

例題 次の複素積分の値を求めよ.

$$\int_C z^2 dz \quad C: z = t + it \quad (0 \leq t \leq 2)$$

解 曲線 $C: z = z(t)$ ($a \leq t \leq b$) が滑らかであるとき, 次の等式が成り立つ.

$$\int_C f(z) dz = \int_a^b f(z(t)) \frac{dz}{dt} dt$$

上記の等式を用いて計算する. $\frac{dz}{dt} = 1 + i$ より,

$$\int_C z^2 dz = \int_0^2 (t+it)^2 (1+i) dt = \int_0^2 (t^2 + 2it^2 - t^2)(1+i) dt = 2i(1+i) \int_0^2 t^2 dt = (2i-2) \left[\frac{1}{3} t^3 \right]_0^2 = -\frac{16}{3} + \frac{16}{3}i$$

1. 次の複素積分の値を求めよ.

$$(1) \int_C z dz \quad C: z = t + it^2 \quad (0 \leq t \leq 1) \qquad (2) \int_C z^2 dz \quad C: z = t + i \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$(3) \int_C \frac{1}{z^2} dz \quad C: z = e^{it} \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

2. $C: z = 3 + 4e^{it}$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) のとき, 次の複素積分の値を求めよ.

$$(1) \int_C \frac{2}{z-3} dz \qquad (2) \int_C \frac{1}{(z-3)^3} dz$$

3. 次の複素積分の値を求めよ.

$$(1) \int_C z dz \quad C: 0 \text{ から } 1 \text{ に至る線分} \qquad (2) \int_C (z-1) dz \quad C: 0 \text{ から } 1+i \text{ に至る線分}$$