日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前

第４章 １ 「複素数と極形式」「絶対値と偏角」 第１回

例題 2 つの複素数 $\alpha = 4 - 3i$, $\beta = 3 + 2i$ について，次を計算せよ．

(1) $\alpha + \beta$　　(2) $\alpha - \beta$　　(3) $\alpha\beta$　　(4) $\dfrac{\alpha}{\beta}$

解 (1)　$\alpha + \beta = (4 - 3i) + (3 + 2i) = (4 + 3) + (-3 + 2)i = 7 - i$

(2)　$\alpha - \beta = (4 - 3i) - (3 + 2i) = (4 - 3) + (-3 - 2)i = 1 - 5i$

(3)　$\alpha\beta = (4 - 3i)(3 + 2i) = 12 + 8i - 9i - 6i^2 = 12 - i - 6(-1) = 18 - i$

(4)　$\dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{4 - 3i}{3 + 2i} = \dfrac{(4 - 3i)(3 - 2i)}{(3 + 2i)(3 - 2i)} = \dfrac{12 - 8i - 9i + 6i^2}{3^2 - (2i)^2} = \dfrac{6 - 17i}{13} = \dfrac{6}{13} - \dfrac{17}{13}i$

1. 2 つの複素数 $\alpha = 1 - 3i$，$\beta = 2 + 4i$ について，次を計算せよ．

(1) $\alpha + \beta$　　(2) $\alpha - \beta$

(3) $\alpha\beta$　　(4) $\dfrac{\alpha}{\beta}$

例題 複素数 $z = (1 + 2i)(1 + i)$ の実部 $\mathrm{Re}(z)$, 虚部 $\mathrm{Im}(z)$, 絶対値 $|z|$, 共役複素数 $\overline{z}$ を求めよ．

解 まず，計算して

$$z = (1 + 2i)(1 + i) = 1 + i + 2i + 2i^2 = 1 + 3i + 2(-1) = -1 + 3i$$

したがって，$\mathrm{Re}(z) = -1$,　$\mathrm{Im}(z) = 3$,　$|z| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$,　$\overline{z} = -1 - 3i$

2. 次の複素数 $z = (-3 + 5i)(1 + 2i)$ の実部，虚部，絶対値，共役複素数を求めよ．

3. 次の複素数を極形式で表せ．ただし，偏角 θ の範囲を $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

(1) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$　　(2) $z_2 = \sqrt{3} + i$

4. ド・モアブルの公式 $(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$ を用いて，次を計算せよ．

(1) $(1 + \sqrt{3}i)^6$　　(2) $(\sqrt{3} + i)^4$

5. 次の 2 点の距離を求めよ．

(1) $2 + 3i$, $1 - i$　　(2) $2i$, 4