日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前

第2章 2 「逆ラプラス変換」 第1回

1. 教科書 p.195 ラプラス変換表および p.196 ラプラス変換の性質を用いて，次の関数の逆ラプラス変換を求めよ．

(1) $\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s^2}$　　(2) $\dfrac{3!}{(s-1)^4}$　　(3) $\dfrac{3s}{s^2+9}$　　(4) $\dfrac{2}{(s+1)^2+4}$

例題 次の関数の逆ラプラス変換を求めよ．

(1) $\dfrac{1}{(s-2)(s-3)}$　　(2) $\dfrac{2s+4}{(s+1)(s^2+1)}$

解 分母が因数分解できる分数式は部分分数に分解する．このとき，分子の次数は分母の次数より 1 下げる．

(1) $\dfrac{1}{(s-2)(s-3)}=\dfrac{A}{s-2}+\dfrac{B}{s-3}$ と部分分数に分解する．

両辺に $(s-2)(s-3)$ を掛けると　$1=A(s-3)+B(s-2)$

右辺を整理すると　$1=(A+B)s+(-3A-2B)$

これが恒等式になればよいから，係数を比較して　$A+B=0,\ -3A-2B=1$

これを解いて　$A=-1,\ B=1$　　$\therefore\ \dfrac{1}{(s-2)(s-3)}=\dfrac{-1}{s-2}+\dfrac{1}{s-3}$

したがって　$\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{(s-2)(s-3)}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{-1}{s-2}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s-3}\right]=-e^{2t}+e^{3t}$

(2) $\dfrac{2s+4}{(s+1)(s^2+1)}=\dfrac{A}{s+1}+\dfrac{Bs+C}{s^2+1}$ と部分分数に分解する．

両辺に $(s+1)(s^2+1)$ を掛けると　$2s+4=A(s^2+1)+(Bs+C)(s+1)$

右辺を整理すると　$2s+4=(A+B)s^2+(B+C)s+(A+C)$

これが恒等式になればよいから，係数を比較して　$A+B=0,\ B+C=2,\ A+C=4$

これを解いて　$A=1,\ B=-1,\ C=3$　　$\therefore\ \dfrac{2s+4}{(s+1)(s^2+1)}=\dfrac{1}{s+1}+\dfrac{-s+3}{s^2+1}$

したがって　$\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{2s+4}{(s+1)(s^2+1)}\right]=\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{1}{s+1}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{-s}{s^2+1}\right]+\mathcal{L}^{-1}\left[\dfrac{3}{s^2+1}\right]=e^{-t}-\cos t+3\sin t$

2. 次の関数の逆ラプラス変換を求めよ．

(1) $\dfrac{s+3}{(s-1)(s-3)}$　　(2) $\dfrac{4s-4}{s(s^2+4)}$