

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第1章 5 「グリーンの定理」「ストークスの定理」 第2回

1. C を xy 平面上の原点 O と 3 点 $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ を順に結んで O にもどる正方形の周とする. このとき, 次の線積分を 2 重積分に直してその値を求めよ.

$$\int_C \{(2xy + 4) dx + (3x^2 - xy) dy\}$$

2. C を xy 平面上の原点を中心とする半径 1 の円とする. このとき, 次の線積分を 2 重積分に直してその値を求めよ.

$$\int_C \{(x - 2y) dx + (4x + y) dy\}$$

3. S を半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ($z \geq 0$) とし, S の単位法線ベクトル \mathbf{n} は球面から外向きとする. S の境界を $C: \mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) とするとき, ベクトル場 $\mathbf{a} = (2y, 3x, 4z)$ について, $\int_S (\nabla \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ.

4. S を球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ の $z \geq 1$ の部分とし, S の単位法線ベクトル \mathbf{n} は球面から外向きとする. S の境界を $C: \mathbf{r}(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, 1)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) とするとき, ベクトル場 $\mathbf{a} = \left(-yz, \frac{1}{2}yz, xy\right)$ について, $\int_S (\nabla \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ.