日　付	学　科	学　年	番　　号	名　　前
／				

第１章 4 「スカラー場，ベクトル場の線積分，面積分」 第３回

1. 次のベクトル関数で表される直線 C_1，C_2 がある．

$C_1 : \boldsymbol{r}(t) = (\,t,\ t,\ 0\,)\ \ (0 \leqq t \leqq 1)$，　　$C_2 : \boldsymbol{r}(t) = (\,1,\ 1,\ t\,)\ \ (0 \leqq t \leqq 1)$

線積分 $\displaystyle\int_{C_1+C_2} (xy + z^2)\, ds$ の値を求めよ．

2. 次のベクトル関数で表される曲線 C_1，C_2 がある．

$C_1 : \boldsymbol{r}(t) = (t,\ 0,\ 0)\quad (\,-1 \leqq t \leqq 2\,)$，　$C_2 : \boldsymbol{r}(t) = (2\cos t,\ 2\sin t,\ 0)\quad \left(0 \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$

ベクトル場 $\boldsymbol{a} = (4x,\ 6y,\ z)$ について，次の線積分の値を求めよ．

(1) $\displaystyle\int_{-C_1} \boldsymbol{a}\cdot d\boldsymbol{r}$　　　　(2) $\displaystyle\int_{C_1+C_2} \boldsymbol{a}\cdot d\boldsymbol{r}$

3. ベクトル関数 $\boldsymbol{r}(u,\ v) = (u,\ v,\ 1-u-v)\ (D : 0 \leqq u \leqq 1,\ 0 \leqq v \leqq 1)$ で表される曲面 S について，スカラー場 $\varphi = x + 2y + 3z$ の S 上の面積分 $\displaystyle\int_S \varphi\, dS$ の値を求めよ．

4. ベクトル関数 $\boldsymbol{r}(u,\ v) = (u,\ v,\ 1-u-v)\ \ (D : 0 \leqq u \leqq 1,\ 0 \leqq v \leqq 1-u)$ の表す曲面を S とし，S の単位法線ベクトル $\boldsymbol{n}$ の z 成分を正にとるとき，ベクトル場 $\boldsymbol{a} = (2x,\ -y,\ z)$ の S 上の面積分 $\displaystyle\int_S \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{n}\, dS$ の値を求めよ．