

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第1章 3 「勾配」「発散」「回転」 第3回

1. スカラー場 $\varphi = xy^2 + 4z^2$ と点 $P(-1, 2, 1)$ について、次を求めよ。

(1) φ の勾配 $\nabla\varphi$ および $(\nabla\varphi)_P$

(2) 点 P における $\mathbf{a} = (1, 2, 2)$ の方向への方向微分係数

(3) 点 P における方向微分係数 $(\nabla\varphi)_P \cdot \mathbf{n}$ が最大となる単位ベクトル \mathbf{n}

2. 次のベクトル場の発散 $\nabla \cdot \mathbf{a}$, $\nabla \cdot \mathbf{b}$ と回転 $\nabla \times \mathbf{a}$, $\nabla \times \mathbf{b}$ をそれぞれ求めよ。

(1) $\mathbf{a} = (xz^2, -4yz, 6yz^2)$

(2) $\mathbf{b} = (e^{2x}, xy^2, e^z)$

3. $\varphi = x^2y - 2y^2z + 4z^2x$ のとき、次を求めよ。

(1) $\nabla \cdot (\nabla\varphi)$

(2) $\nabla(\nabla \cdot (\nabla\varphi))$

(3) $\nabla \times (\nabla\varphi)$

4. スカラー場 $\varphi = x^3y^2z - 4xyz$ について、 $\nabla^2\varphi$ を求めよ。