

日付	学科	学年	番号	名前
/				

第1章 1 「外積」「ベクトル関数」 第1回

例題 $\mathbf{a} = (1, -1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 0, 2)$ のとき, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ. また, \mathbf{a}, \mathbf{b} の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ.

解 $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (-1 \cdot 2 - 2 \cdot 0, 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2, 1 \cdot 0 - (-1) \cdot 1) = (-2, 0, 1)$

$$|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ より, } \mathbf{a}, \mathbf{b} \text{ の両方に垂直な単位ベクトルは } \pm \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{|\mathbf{a} \times \mathbf{b}|} = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}(-2, 0, 1)$$

1. $\mathbf{a} = (2, -1, 4)$, $\mathbf{b} = (-1, -3, 5)$ のとき, $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ を求めよ. また, \mathbf{a}, \mathbf{b} の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ.

2. 空間内に3点 $A(1, 2, 4)$, $B(0, 4, 3)$, $C(3, 6, 6)$ がある. このとき, \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} の両方に垂直な単位ベクトルを求めよ. また, $\triangle ABC$ の面積を求めよ.

3. $\mathbf{a} = (2, 1, 4)$, $\mathbf{b} = (1, 0, 2)$, $\mathbf{c} = (1, 1, -1)$ のとき, 次を求めよ.

(1) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$

(2) $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$

4. 次のベクトル関数を微分せよ. また, () 内の t の値における微分係数を求めよ.

(1) $\mathbf{a}(t) = (t^2, 2\sqrt{t}, e^{2t})$ ($t = 1$)

(2) $\mathbf{b}(t) = (2\sqrt{2} \cos t, 2 \sin t, \tan t)$ ($t = \frac{\pi}{4}$)

5. $\mathbf{a}(t) = (1, 2, t^2)$, $\mathbf{b}(t) = (t^2, 3t, 2)$ のとき, 次を求めよ.

(1) $\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{a})$

(2) $\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$

(3) $\frac{d}{dt}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$